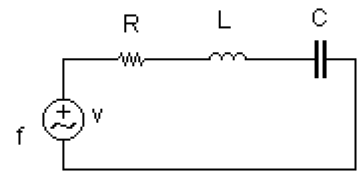
Prof: Bolaños D.
Electrónica

CONCEPTOS DE RESONANCIA   Versión 11-11-11

Resonancia serie

Dado el circuito serie formado por los componentes R-L-C, es posible calcular la ZT (impedancia total o equivalente)que presenta a una determinada frecuencia angular W.



NOTA: Recordar que **W=2.π.f**
W se mide en rad/seg   f se mide en Hz.
Hz = 1/seg.

$$ZL = J.XL = J.W.L$$

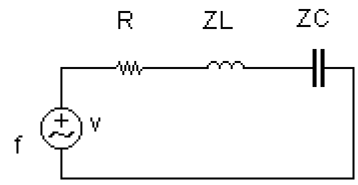
$$ZC = JXC = -J\cdot\frac{1}{W\cdot C}$$

$$R = R$$

$$ZT = R + ZC + ZL$$

$$ZT = R - J\cdot XC + J\cdot XL$$

$$ZT = R + J\cdot(XL - XC)$$

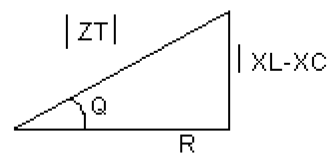


$$|ZT| = \sqrt{R^2 + (XL - XC)^2}$$

MODULO

$$\cos(Q) = \operatorname{atan}\left(\frac{XL - XC}{R}\right)$$

FASE



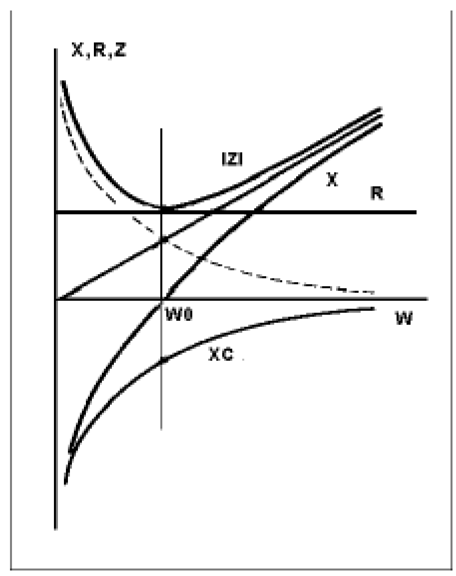
NOTA: R,XL,XC,ZT SE MIDEN EN OHMS.

FRECUENCIA DE RESONANCIA

Se define frecuencia de resonancia (Wo ó fo)del circuito R-L-C serie, al valor de frecuencia en la cual se cumple que:

XL = XC

A la frecuencia de resonancia fo la corriente toma su valor máximo, la ZT su valor mínimo (ZT=R) y el defasaje entre V e I es cero (Q = 0°).



Calculando:

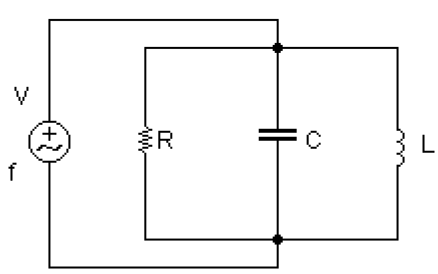
$$XL := XC \qquad \frac{1}{Wo\cdot C} = 1\cdot\frac{1}{Wo\cdot L} \qquad Wo^2 = 1\cdot\frac{1}{L\cdot C}$$

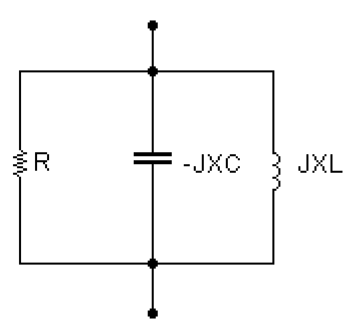
$$Wo := \sqrt{\frac{1}{L\cdot C}}$$

$$\boxed{Wo := \frac{1}{\sqrt{L\cdot C}} \qquad fo := \frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{L\cdot C}}}$$

Resonancia paralelo

Si calculamos la ZT del circuito





$$ZT := \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{-J\cdot XC} + \frac{1}{J\cdot XL}\right)^{-1} \qquad ZT := \left(\frac{-J\cdot XC\cdot J\cdot XL + R\cdot J\cdot XL - R\cdot J\cdot XC}{-R\cdot J\cdot XC\cdot J\cdot XL}\right)^{-1}$$

$$ZT := \left[\frac{XC\cdot XL + R\cdot J\cdot(XL - XC)}{R\cdot XC\cdot XL}\right]^{-1} \qquad \boxed{ZT := \frac{R\cdot XC\cdot XL}{XC\cdot XL + J\cdot R\cdot(XL - XC)}}$$

Se define frecuencia de resonancia (Wo ó fo)del circuito R-L-C serie, al valor de frecuencia en la cual se cumple que: **XL = XC**
Despejando se llega a:

$$Wo := \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \qquad fo := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

A la frecuencia de resonancia se cumple que ZT = R (que será el valor máximo que puede tomar en módulo ZT), la I es mínima y el defasaje entre V e I es nulo.

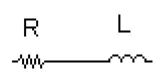
CASO PARTICULAR: Si R es infinita entonces la ZT a la frecuencia de resonancia, es infinita.

Factor de calidad Q

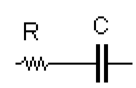
El factor calidad de una bobina, capacitor o circuito en general, se define como:

$$Q = 2.\pi.\frac{\text{Energía máxima almacenada}}{\text{Energía almacenada por periodo}}$$

Por ejemplo en los circuitos mostrados la energía disipada por periodo es la potencia media



(a)



(b)

disipada por la resistencia es: **R.(Ief)²** es R es el único elemento que consume energía, ya que los elementos reactivos L y C la energía que toman luego la devuelven, supuestos sin pérdidas o sea ideales.

En el circuito (a) la energía máxima almacenada es: $\frac{1}{2} \cdot L \cdot Imax^2$

Por lo tanto

$$Q := \frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot L \cdot Imax^2}{\left(\frac{Imax^2}{2}\right) \cdot R \cdot \frac{1}{f}} \qquad Q := \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}{R} \qquad \boxed{Q := \frac{W \cdot L}{R}}$$

En el circuito (b) la energía máxima almacenada es: $\boxed{\frac{1}{2} \cdot C \cdot Vmax^2}$

Por lo tanto

$$Q := \frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{Imax^2}{W^2 \cdot C}}{\left(\frac{Imax^2}{2}\right) \cdot R \cdot \frac{1}{f}} \qquad \boxed{Q := \frac{1}{W \cdot C \cdot R}}$$

En un circuito RLC en resonancia y teniendo en cuenta que cuando la tensión en el capacitor es máxima la intensidad por la bobina es nula viceversa.

$$\frac{1}{2} \cdot L \cdot Imax^2 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot Vmax^2$$

Entonces la frecuencia de resonancia se cumple que:

$$\boxed{Q0 := \frac{W0 \cdot L}{R} = Q0 := \frac{1}{W0 \cdot C \cdot R}}$$

FACTOR DE CALIDAD DEL CIRCUITO RLC A LA FRECUENCIA DE RESONANCIA